

Domácí úkol ze cvičení 11:

1. Vypočítejte následující jednoduché limity funkce (užití aritmetiky limit, věty o limitě složené funkce, věty o „dvou strážnicích“, základních limit a limit $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$), nebo ukažte, že funkce limitu a daném bodě nemají:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{\sin 2x}$; $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{e^{x+h} - e^x}{h}$; $\lim_{x \rightarrow \infty} x(2^{\frac{1}{x}} - 1)$; $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1}{\cos x - 1}$;
 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1+x)}{x}$; $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1+x^2)}{\log(1-x^2)}$; $\lim_{n \rightarrow \infty} n \log(1 - \frac{2}{n})$, $n \in \mathbb{N}$;
 $\lim_{x \rightarrow \infty} \sin\left(\frac{2x}{1+x^2}\right)$; $\lim_{x \rightarrow \infty} \exp\left(\frac{1-x}{1+x}\right)$; $\lim_{x \rightarrow -1} \exp\left(\frac{1-x}{1+x}\right)$;

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sin\left(\frac{1}{x}\right)$; $\lim_{x \rightarrow 0} \sin\left(\frac{1}{x}\right)$; $\lim_{x \rightarrow 0} x \sin\left(\frac{1}{x}\right)$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \sin\left(\frac{1}{x}\right)$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \sin x$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} x(2 + \sin x)$;
 $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x + \cos x)$.

Jako přípravu na cvičení 12 (5.1.17) promyslete:

2. Vyšetřete, zda lze v bodě $a = 0$ spojitě dodefinovat (a lze-li, tak dodefinujte) funkci f , která je pro $x \neq 0$ dána předpisem $f(x) = \exp(-\frac{1}{x^2})$.

A třeba budete mít chuť po přečtení přednášky 11 ze ZS 2014-15 (úkol z přednášky) zkusit i následující:

3. Dokažte, že má-li funkce f v bodě $a \in Df$ vlastní derivaci, je v tomto bodě spojitá.

4. Odvoďte

a) derivace funkcí x^n , \sqrt{x} , $\frac{1}{x}$, $\sin x$, $\cos x$.

b) vzorce pro derivování $cf(x)$, $c \in \mathbb{R}$; $f(x) + g(x)$; $f(x) \cdot g(x)$; $\frac{f(x)}{g(x)}$; složené funkce $f(g(x))$

a inverzní funkce $f^{-1}(x)$.